

1. Diseña un algoritmo morfológico, indicando el elemento estructural, para calcular las componentes conexas de una imagen 3D en un mallado cúbico (vóxeles) usando la 26-adyacencia en negro y la 6-adyacencia en blanco.

Solución.

Denotaremos por A el conjunto de vóxeles negros que componen la imagen 3D. Se realizará un rastreo de la imagen por capas, cada capa se rastrea de arriba hacia abajo y de izquierda a derecha. Una vez rastreada una capa se pasa a su vecina que no ha sido rastreada. El rastreo comienza en la capa 1 y finaliza cuando se encuentre un vóxel negro p .

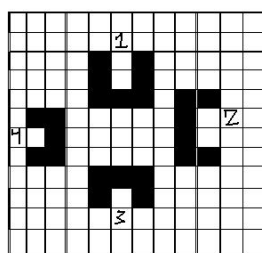
Una vez encontrado p , el siguiente proceso iterativo puede usarse para extraer la componente conexa que contiene a p :

$$\begin{cases} X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A \\ X_0 = p \end{cases}$$

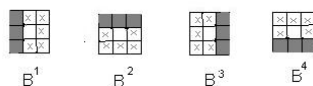
El elemento estructural B es un cubo de vóxeles negros de dimensiones $3 \times 3 \times 3$ donde el origen de coordenadas se encuentra en el vóxel central. El proceso termina en el paso de iteración k si $X_k = X_{k-1}$ siendo esta salida la componente conexa que contiene a p que denotamos por Y^1 . Observa que $X_k \subset A$, lo cual garantiza la finitud del proceso.

Para continuar obteniendo otra componente conexa, se elimina de A los vóxeles de Y^1 y se repite el proceso anterior comenzando el rastreo en el vóxel p . Este esquema se repite hasta que en A no queden vóxeles.

2. (a) Usando el operador ganancia-perdida (hit-or-miss), y trabajando independientemente con cada figura (de la 1 a la 4), obtener como resultado el menor rectángulo que contiene a dicha figura.

**Solución.**

Sea B^i , $i = 1, 2, 3, 4$, cuatro elementos estructurales donde el origen se encuentra en el píxel central. En lo siguiente x significa que no importa.



En lo que sigue $\odot$ denotará el operador ganancia-perdida y F_i la figura i .
Entonces, la solución para la figura 1 será:

$$X_2^4$$

donde

$$\begin{cases} X_k^4 = (X_{k-1} \odot B^4) \cup F_1 \\ X_0 = F_1 \end{cases}$$

La solución para la figura 2 será:

$$X_1^1$$

donde

$$\begin{cases} X_k^1 = (X_{k-1} \odot B^1) \cup F_2 \\ X_0 = F_2 \end{cases}$$

La solución para la figura 3 será:

$$X_1^2$$

donde

$$\begin{cases} X_k^2 = (X_{k-1} \odot B^2) \cup F_3 \\ X_0 = F_3 \end{cases}$$

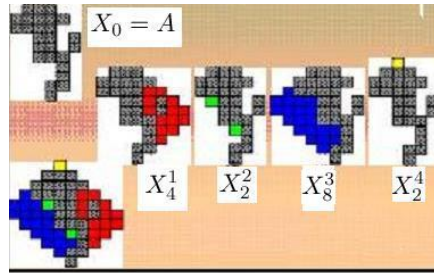
La solución para la figura 4 será:

$$X_1^3$$

donde

$$\begin{cases} X_k^3 = (X_{k-1} \odot B^3) \cup F_4 \\ X_0 = F_4 \end{cases}$$

- (b) Da un proceso iterativo basado en el operador ganancia-perdida (hit-or-miss) que aplicada a A se obtenga el resultado final (imagen inferior izquierda). Las imágenes X_4^1 , X_2^2 , X_8^3 , X_2^4 representan pasos intermedios. (Ayuda: Estudiar casos N, S, E, O)



Solución.

El proceso iterativo que conduce al resultado final, que denotaremos por $C(A)$, consiste en una primera etapa en:

$$\begin{cases} X_k^i = (X_{k-1}^i \odot B^i) \cup A \\ X_0 = A \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

donde los B^i son los elementos estructurales del apartado a). Ahora sea $D^i = X_{conv}^i$, donde el subíndice *conv* indica convergencia en el sentido de que $X_k^i = X_{k-1}^i$ (esta situación se va a dar por la naturaleza de los elementos estructurales). Entonces el resultado final será:

$$C(A) = \bigcup_{i=1}^4 D^i$$

- (c) ¿Qué característica geométrica común observas que existe en las imágenes resultado del proceso del apartado b) aplicándolo a imágenes binarias cualesquiera?

Solución. Un conjunto convexo que contiene a la imagen original.