Decision making in games, transportation and scheduling

Federico Perea

Fuengirola, junio de 2021

1. Teoría de juegos

- Un juego es un proceso de decisión en el que un grupo de agentes (llamados jugadores) convergen y actúan, independiente o colectivamente, bajo ciertas reglas.
- El objetivo de cada jugador es optimizar una cierta función objetivo, sabiendo que su objetivo se ve afectado por las decisiones tomadas por otros jugadores.
- El resultado que cada jugador obtiene se llama pago (en juegos a maximizar) o coste (en juegos a minimizar).
- Se puede dividir en teoría de juegos cooperativos y teoría de juegos no cooperativos.

Juegos no cooperativos

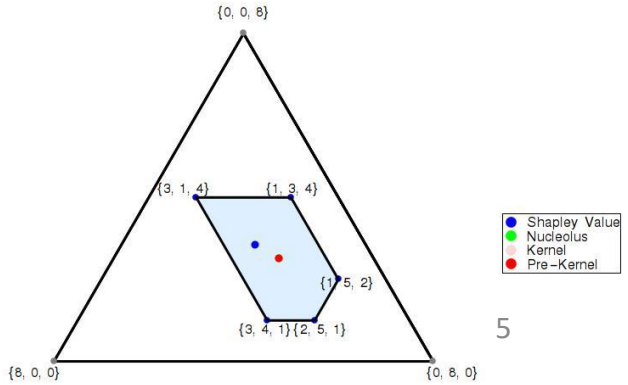
- n jugadores: $i=1,\ldots,n$.
- Los jugadores no pueden llegar a acuerdos entre ellos.
- S_i es el conjunto de estrategias del jugador i.
- $(s_1,\ldots,s_n)$ es una combinación de estrategias para los n jugadores, con s_i una estrategia del conjunto S_i.
- $u_i(s_1,\ldots,s_n)$ es el pago recibido por el jugador i si se juega tal estrategia.
- Forma normal: $G=\{S_1,\ldots,S_n;u_1,\ldots,u_n\}$.
- $(s_1,\ldots,s_n)$ *e*quilibrio de Nash si:
  $u_i(s_1,\ldots,s_{i-1},s_i,s_{i+1},\ldots,s_n) \geq u_i(s_1,\ldots,s_{i-1},s'_i,s_{i+1},\ldots,s_n), \forall s'_i \in S_i, \forall\, i \in N$

Juegos cooperativos

- Conjunto de jugadores $N = \{1, \dots, n\}$.
- Se pueden formar coaliciones, $S \subset N$. N es "la gran coalición".
- $v(S)$ es el máximo beneficio que la coalición S puede obtener por si misma: la función característica del juego.
- Si el beneficio se puede trasferir entre coaliciones: juegos de utilidad transferible. (N, v).
- Un objetivo de estos juegos: repartir el beneficio obtenido por la gran coalición → $\alpha \in R^n$
- α pertenece al core del juego si $\alpha(S) \geq v(S), \quad \forall \; S \subset N$.
- Calcular repartos del core es, en general, NP-duro.
- Comprobar si un reparto dado está en el core es, en general, NP-duro

Aportaciones: el Nucleolo

- Uno de los repartos más aceptados en teoría de juegos
- α un reparto
- $e(S, \alpha) = v(S) - \alpha(S)$ exceso de la coalición S
- $\theta(\alpha) = (e(S, \alpha))$ es el vector de excesos del reparto α
- El *Nucleolo* es el único reparto que minimiza lexicográficamente el vector de excesos ordenado de forma no creciente → La coalición que menos se beneficia de ese reparto lo hace lo más posible.



Aportaciones: el Nucleolo

Computers & Operations Research 40 (2013) 2308–2313

Contents lists available at SciVerse ScienceDirect

Computers & Operations Research

journal homepage: www.elsevier.com/locate/caor

Finding the nucleolus of any n-person cooperative game by a single linear program

Justo Puerto [a], Federico Perea [b,*]

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{k=1}^{2^n-2} (\lambda_k - \lambda_{k+1}) \left(k t_k + \sum_{i=1}^{2^n-2} d_{ik} \right) \\
\text{s.t.} \quad & d_{ik} \geq \theta_i - t_k, \quad \forall i, k, \\
& d_{ik} \geq 0, \quad \forall i, k \\
& (\theta, x) \in P,
\end{aligned}
$$

- Un único modelo de programación lineal, con coeficientes {-1,0,1}
- $O(4^n)$ variables y restricciones
- Un algoritmo iterativo reducía el tamaño a $O(2^n)$

Aportaciones: el Nucleolo

Table 1
Percentage of binding C_{ik} constraints in LP models.

n	Percentage %	Distribution
10	0.04	(1,4,3,1,0,...)
11	0.02	(0,7,1,1,1,0,...)
12	0.01	(0,5,1,1,1,0,...)
13	< 0.01	(0,7,1,2,2,0,0,0,1,0...)
14	< 0.01	(0,5,0,3,2,0,1,1,0,...)
15	< 0.01	(0,6,1,3,1,0,1,1,2,0,...)
16	< 0.01	(0,7,1,2,0,1,2,0,3,0,...)

Algorithm 1: Pseudo-code of the row/column generation algorithm for computing the nucleolus.

```
Data: The characteristic function of a game
Feasible = 0, A = ∅;
while Feasible = 0 do
    Feasible = 1;
    solve LP(A) → x*, t*, θ*;
    for i, k : (i, k) ∉ A do
        if θ*_i − t*_k > 0 then
            A = A ∪ {(i, k)}, Feasible = 0
        end
    end
end
Result: The nucleolus: x*
```

Hay muy pocas restricciones activas en las soluciones óptimas al modelo anterior.
Esto llama a un algoritmo de generación de filas/columnas
Aunque se mejoran los tiempos, sigue sin ser útil para la resolución de juegos “grandes”

Aportaciones: el Nucleolo

Computers and Operations Research 112 (2019) 104764

Contents lists available at ScienceDirect

Computers and Operations Research

journal homepage: www.elsevier.com/locate/cor

A heuristic procedure for computing the nucleolus

Federico Perea[a,*], Justo Puerto[b]

- Los modelos y algoritmos existentes no computan el nucleolo para juegos grandes
- Un primer algoritmo heurístico, basado en muestreo, para el cálculo del nucleolo
- Resultados: repartos “cercanos” al nucleolo en tiempos de cómputo muy reducidos

Aportaciones: juegos multicriterio

- 2 jugadores: I (fila), II (columna)
- $M = \{1, \dots, m\}, N = \{1, \dots, n\}$, estrategias de I y II.
- Suma nula
- $A \in R^{n \times m}$
- Si I juega i, y II juega j → A_{ij}
- $S_m = \{s \in R^m : \sum_i s_i = 1; s_i \geq 0 \; i = 1, \dots, m\}$ estrategias mixtas de I.
- S_n estrategias mixtas de II.
- Función de pagos multicriterio: $A = \big(A(1), \dots, A(k)\big), A(\ell) \in R^{m \times n}$

Aportaciones: juegos multicriterio

J. Math. Anal. Appl. 457 (2018) 1634–1648

Contents lists available at ScienceDirect

Journal of Mathematical Analysis and Applications

www.elsevier.com/locate/jmaa

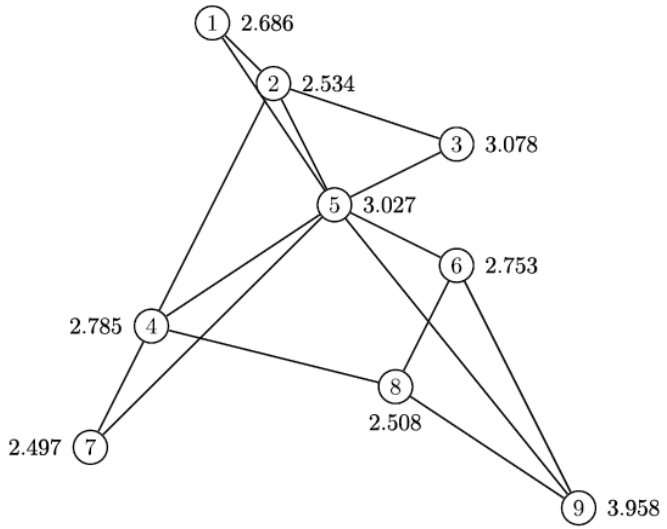
On minimax and Pareto optimal security payoffs in multicriteria games

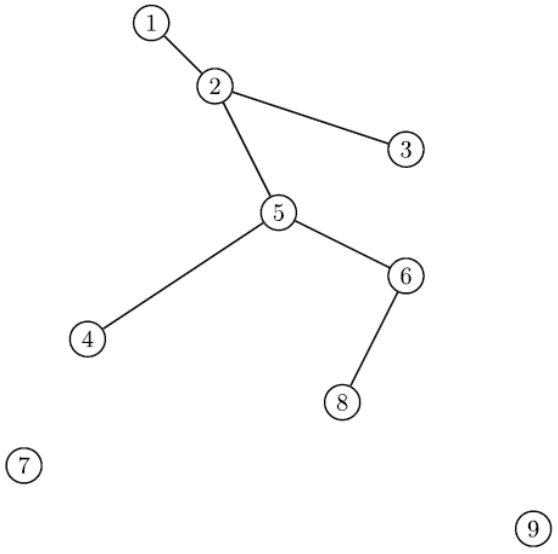
Justo Puerto [a,*], Federico Perea [b]

- Soluciones clásicas en estos juegos: minimax y POSS.
- Damos caracterizaciones axiomáticas para ambas soluciones, idénticas salvo en un axioma → conceptos de solución “cercanos”.

2. Transporte

- Problemas de transporte desde un punto de vista de IO
- Principalmente diseño de la topología (estaciones y vías) de redes de ferrocarril (RND) en competencia con otro medio de transporte





RND

- $N = \{v_1, \dots, v_n\}$ nodos: localizaciones potenciales para estaciones
- $E \subset N \times N$ aristas no dirigidas: vías potenciales entre estaciones
- c_i coste de construir estación v_i
- c_{ij} coste de construir vía $\{i, j\}$
- b límite de presupuesto
- g_{pq} número de viajeros de v_p a v_q
- u_{pq}^{ROAD} coste de ir de v_p a v_q por el modo de transporte alternativo
- Objetivo: seleccionar estaciones y vías para atraer al mayor número posible de viajeros, satisfaciendo el límite de presupuesto.
- NP duro, reducción al problema de la mochila (Laporte, Mesa, Perea 2010)

Aportaciones: Algoritmos para el RND

TOP
https://doi.org/10.1007/s11750-019-00537-x

ORIGINAL PAPER

Check for updates

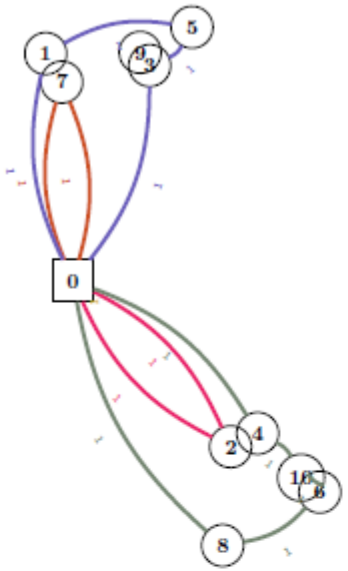
Transportation infrastructure network design in the presence of modal competition: computational complexity classification and a genetic algorithm

Federico Perea[1] · Mozart B. C. Menezes[2] · Juan A. Mesa[3] · Fernando Rubio-Del-Rey[1]

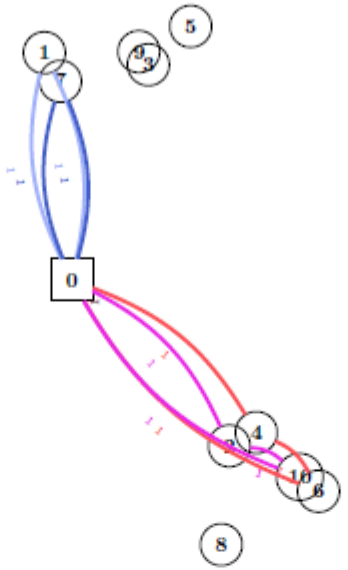
- Clasificación de la complejidad para diferentes variantes
- Algoritmo Genético

Aportaciones: VRP periódico-flexible con flota heterogénea

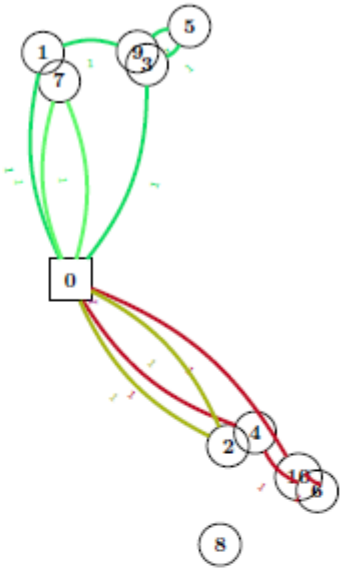
- $N = \{0,1, \dots, n\}, A \subset N \times N$
- $P = \{1, \dots, p\}$ periodos
- W_i, w_i: demanda total, capacidad de almacenamiento por periodo.
- Novedad: flota heterogénea.
- $V = \{1, \dots, v\}$ tipos de vehículos. Disponibles m_h vehículos del tipo h
  - c_{ij}^h, Q^h: coste de ruteo, capacidad, de un vehículo del tipo h
- Objetivo: encontrar las rutas que minimizan los costes, satisfacen las capacidades y las demandas.



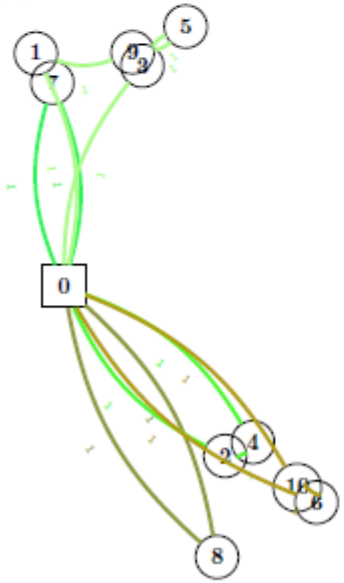
(a) Best Solution at t = 1



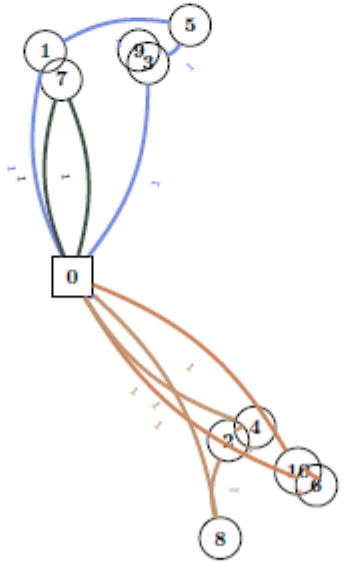
(b) Best Solution at t = 2



(c) Best Solution at t = 3



(d) Best Solution at t = 4



(e) Best Solution at t = 5

$$\text{(F1)} \quad \min \sum_{t \in P} \sum_{k \in M} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}^{k} y_{ij}^{kt}$$

$$\text{s.t.:} \quad z_0^{kt} \leq 1 \qquad k \in M, t \in P \qquad (2)$$

$$\sum_{k \in M} z_i^{kt} \leq 1 \qquad i \in C, t \in P \qquad (3)$$

$$\sum_{(i,j) \in \delta^+(i)} y_{ij}^{kt} = z_i^{kt} \qquad i \in N, k \in M, t \in P \qquad (4)$$

$$\sum_{(i,j) \in \delta^+(i)} y_{ij}^{kt} = \sum_{(i,j) \in \delta^-(i)} y_{ji}^{kt} \qquad i \in N, k \in M, t \in P \qquad (5)$$

$$\sum_{t \in P} \sum_{k \in M} q_i^{kt} = W_i \qquad i \in C \qquad (6)$$

$$q_i^{kt} \leq w_i z_i^{kt} \qquad i \in C, k \in M, t \in P \qquad (7)$$

$$\sum_{i \in C} q_i^{kt} \leq Q^k z_0^{kt} \qquad k \in M, t \in P \qquad (8)$$

$$u_j^t \geq u_i^t + 1 - (n-1)(1 - \sum_{k \in M} y_{ij}^{kt}) \qquad t \in P, (i,j) \in A, j \neq 0 \qquad (9)$$

$$u_0^t = 1 \qquad t \in P \qquad (10)$$

$$\sum_{k \in M} z_i^{tk} \leq u_i^t \leq (n-1) \sum_{k \in M} z_i^{tk} \qquad i \in C, t \in P \qquad (11)$$

Aportaciones: VRP periódico-flexible con flota heterogénea

The Heterogeneous Flexible Periodic Vehicle Routing Problem:
Mathematical formulations and solution algorithms

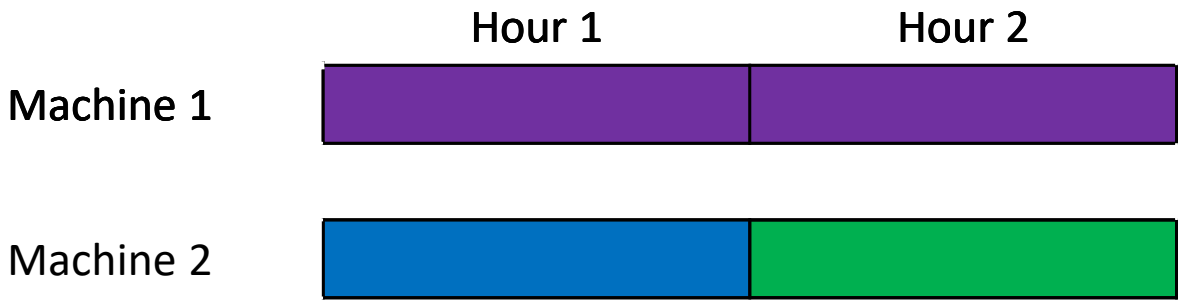
Diana L. Huerta-Muñoz[*(1)] *Claudia Archetti*[(2)] *Elena Fernández* [(3)] *Federico Perea*[(4)]

- Tres formulaciones enteras
- Un matheurístico basado en Kernel Search
- Enviado a COR

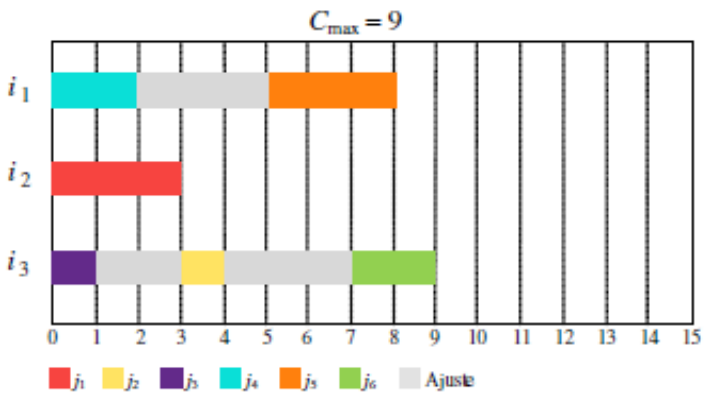
3. Secuenciación en máquinas paralelas

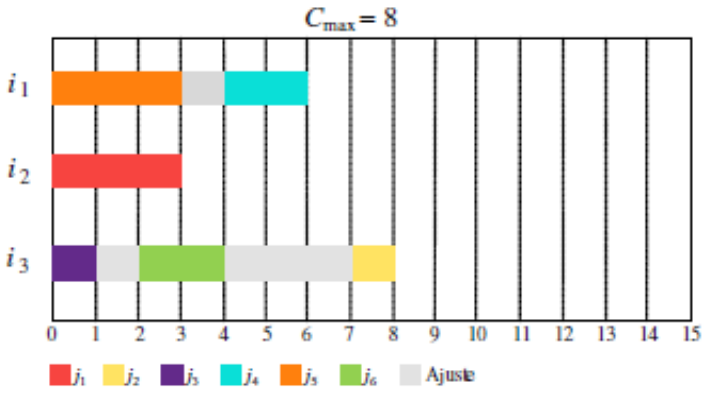
- Versión más sencilla del problema: UPM
- Trabajos a procesar $N = \{1, \dots, n\}, j$
- Máquinas $M = \{1, \dots, m\}, i$
- p_{ij} tiempo de proceso
- Objetivo más común: minimizar el makespan (C_{max})
  - Solo hay que decidir las asignaciones trabajo-máquina
  - El orden es irrelevante
  - ¡NP-duro incluso para dos máquinas!

p_{ij}	Trab. Púrpura	Trab. Azul	Trab. Verde
Máquina 1	2	2	2
Máquina 2	3	1	1



Aportaciones: tiempos de ajuste





Ahora, hay que decidir

- Asignación trabajo-máquina
- orden

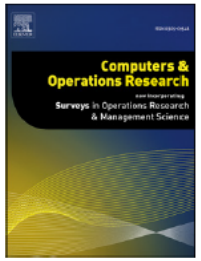
Aportaciones: tiempos de ajuste

Computers and Operations Research 101 (2019) 173–182

Contents lists available at ScienceDirect

Computers and Operations Research

journal homepage: www.elsevier.com/locate/cor

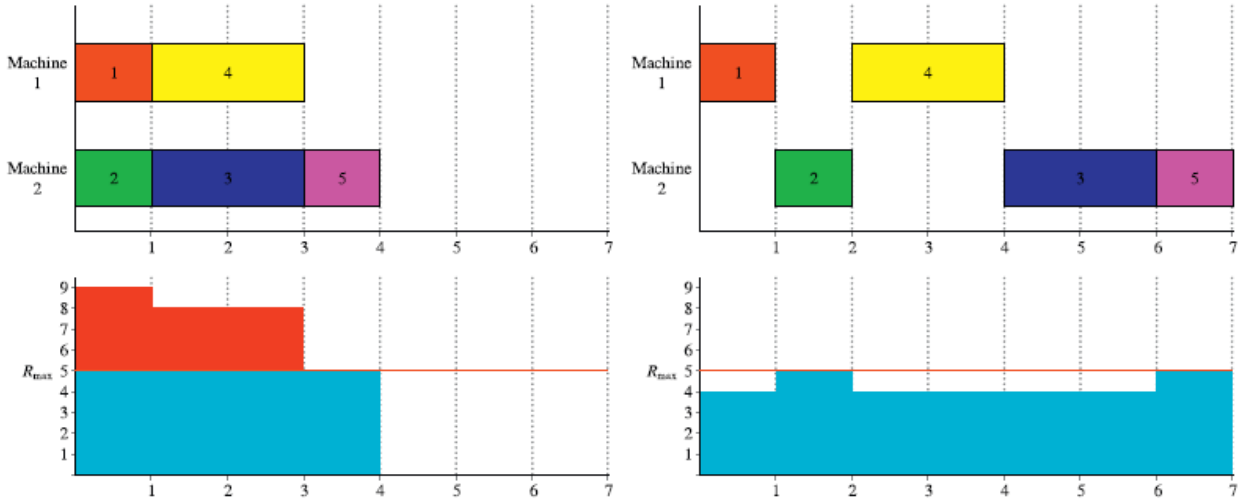


Reformulations and an exact algorithm for unrelated parallel machine scheduling problems with setup times

Luis Fanjul-Peyro, Rubén Ruiz, Federico Perea*

- s_{ijk} unidades de tiempo para ajustar la máquina i entre los trabajos j y k
- MILPs + Algoritmo Branch&Check
- Modelado del problema como un m-TSP
- Óptimos garantizados para problemas de gran tamaño

Aportaciones: necesidad de recursos durante el procesado



(a) Optimal solution without resources. (b) Solution with resources.

Ahora, hay que decidir

- Asignación trabajo-máquina
- Orden
- Instantes de los procesados

No todas las secuencias son factibles!

Aportaciones: necesidad de recursos durante el procesado

European Journal of Operational Research 260 (2017) 482–493

Contents lists available at ScienceDirect

European Journal of Operational Research

journal homepage: www.elsevier.com/locate/ejor

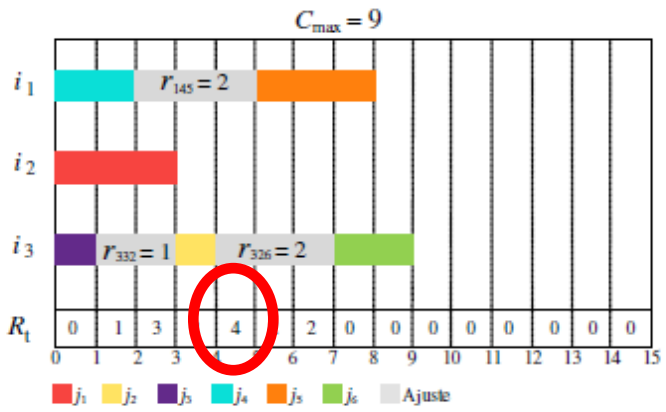
Discrete Optimization

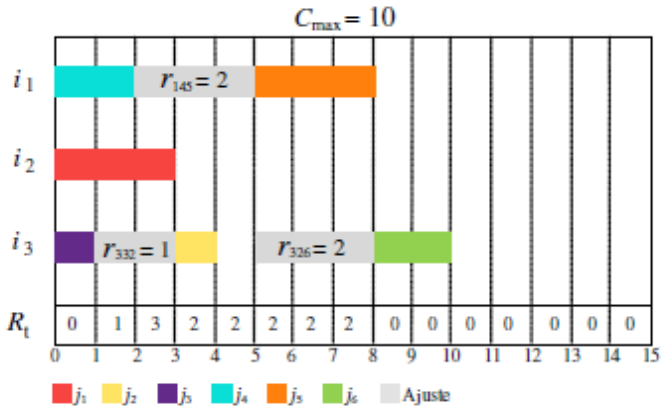
Models and matheuristics for the unrelated parallel machine scheduling problem with additional resources

Luis Fanjul-Peyro*, Federico Perea, Rubén Ruiz

- $UPMR$
- r_{ij} unidades de recurso para que la máquina i procese el trabajo j
- R_{max} unidades disponible
- No solo asignación: También hay que decidir **cuándo** se procesa cada trabajo!
- 2 Modelos de programación lineal entera mixta + tres matheurísticas
- Extensas pruebas prueban la rapidez y calidad de las matheurísticas

Aportaciones: Necesidad de recursos durante ajustes





R_max = 3

Ahora, hay que decidir

- Asignación trabajo-máquina
- Orden
- Instantes de los ajustes

No todas las secuencias son factibles!

Aportaciones: Necesidad de recursos durante ajustes

Expert Systems With Applications 141 (2020) 112959

Contents lists available at ScienceDirect

Expert Systems With Applications

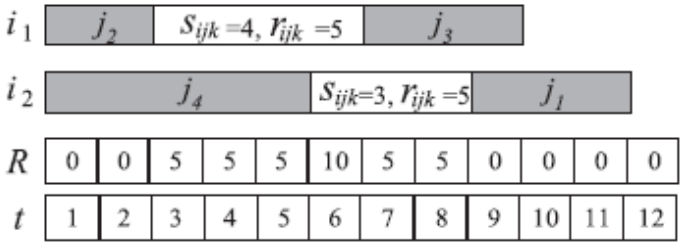
journal homepage: www.elsevier.com/locate/eswa

GRASP algorithm for the unrelated parallel machine scheduling problem with setup times and additional resources

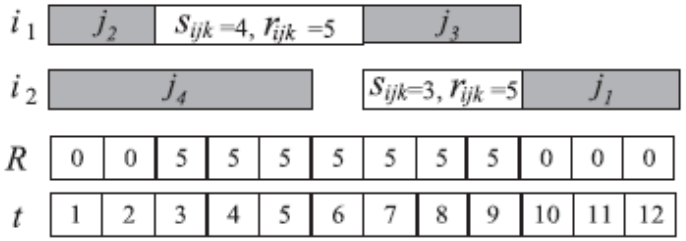
Juan C. Yepes-Borrero[a,*], Fulgencia Villa[a], Federico Perea[a], Juan Pablo Caballero-Villalobos[b]

- s_{ijk} recursos para realizer el ajuste de la máquina i entre los trabajos j, k
- Un modelo de programación matemática + Algoritmos GRASP

Aportaciones: Acercamiento bi-objetivo



$R_{\max} = 10;\ C_{\max} = 11$



$R_{\max} = 5;\ C_{\max} = 12$

Aportaciones: Acercamiento bi-objetivo

European Journal of Operational Research 292 (2021) 443–455

Contents lists available at ScienceDirect

European Journal of Operational Research

journal homepage: www.elsevier.com/locate/ejor

Discrete Optimization

Bi-objective parallel machine scheduling with additional resources during setups

Juan C. Yepes-Borrero[a,*], Federico Perea[b], Rubén Ruiz[a], Fulgencia Villa[a]

[a] Grupo de Sistemas de Optimización Aplicada, Instituto Tecnológico de Informática, Ciudad Politécnica de la Innovación, Edifico 8G, Acc. B. Universitat Politècnica de València, Camino de Vera s/n, 46021 València, Spain

[b] Departamento de Matemática Aplicada II, Universidad de Sevilla, Escuela Politécnica Superior, Calle Virgen de África 7, Sevilla 41011, Spain

- Minimizar simultaneamente el makespan y el máximo número de recursos
- Un modelo de programación matemática + Algoritmos Metaheurístico
- Comparación con algoritmos clásicos: NSGAII + MOIGS + RIPG

Aportaciones: Recursos durante procesamiento y ajustes

Randomized constructive heuristics for the unrelated parallel machines scheduling problem with additional resources during processing and setups

Axel Lopez-Esteve[1], Federico Perea[1],

- Varios heurísticos aleatorizados
- Diferentes funciones de probabilidad (uniforme, proporcional al makespan)
- Tener en cuenta o no los recursos en la fase constructiva.
- Enviado a IJPR

Otras líneas

- Optimización de gestión portuaria
  - Decidir cuándo y dónde atracan barcos en una terminal portuaria.
  - Asignar grúas para labores de carga y descarga.
  - Novedad: tiempos de ajuste de grúas y transporte por la terminal.
  - En proceso (R. Álvarez-Valdés, J.F. Correcher)
- Flujos migratorios y teoría de juegos
  - Diferentes tipos de migrantes de diferentes países
  - Planteamiento del problema como equilibrio
  - Publicado en AIRO Springer Volume (G. Cappello, P. Daniele)
- Predicción y explicación del comportamiento de la demanda de redes de metro
  - Búsqueda de variables explicativas
  - Modelos de regresion y series temporales
  - Proxy de funciones de demanda “sencillos”
  - En proceso (N. González, J.A. Mesa)