Un enfoque dinámico al problema de omnisciencia lógica

Johan van Benthem, Fernando R. Velázquez-Quesada

Institute for Logic, Language and Computation, Universiteit van Amsterdam
{J.vanBenthem|F.R.VelazquezQuesada}@uva.nl

Osuna, España
Septiembre, 2009

Un enfoque dinámico al problema de omnisciencia lógica

Agentes lógicamente omniscientes

El axioma de distribución (K):

$$K(\varphi \to \psi) \to (K\varphi \to K\psi)$$

"Si sabes que $\varphi \to \psi$ y φ son verdaderos, entonces sabes que ψ es verdadero."

(1/2): Diferentes nociones de información

El operador K representa información ***semántica implícita***:

$$K(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (K\varphi \rightarrow K\psi) \quad \text{es válida}$$

pero no información ***explícita***:

$$\mathrm{Ex}\,(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\mathrm{Ex}\,\varphi \rightarrow \mathrm{Ex}\,\psi) \quad \text{no debe ser válida}$$

(1/2): Diferentes nociones de información

El operador K representa información ***semántica implícita***:

$$K(\varphi \to \psi) \to (K\varphi \to K\psi) \quad \text{es válida}$$

pero no información ***explícita***:

$$\mathrm{Ex}\,(\varphi \to \psi) \to (\mathrm{Ex}\,\varphi \to \mathrm{Ex}\,\psi) \quad \text{no debe ser válida}$$

Es necesario representar otras nociones.

(2/2): La pregunta correcta

¿Debe ser el agente omnisciente?

(2/2): La pregunta correcta

~~*¿Debe ser el agente omnisciente?*~~

(2/2): La pregunta correcta

¿Como volver explícita la información implícita?

(2/2): La pregunta correcta

¿Como volver explícita la información implícita?

Con acciones:

$$\mathrm{Ex}\,(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\mathrm{Ex}\,\varphi \rightarrow [\ ]\mathrm{Ex}\,\psi)$$

"Si sabes que $\varphi \rightarrow \psi$ y φ son verdaderos,
entonces ***después de cierta acción*** *sabrás que ψ es verdadero."*

Un enfoque dinámico al problema de omnisciencia lógica

Extendiendo el lenguaje

El lenguaje $\mathcal{L}$

$$\varphi ::= p \mid \boldsymbol{A\varphi} \mid \neg\varphi \mid \varphi \wedge \psi \mid K\varphi$$

$A\varphi$: ***"el agente considera φ"***

$K\varphi$: ***"el agente sabe φ implícitamente"***

Extendiendo el modelo

El modelo (Fagin and Halpern 1988)

$M = \langle W, R, \mathsf{A}, V \rangle$ donde

- $\langle W, R, V \rangle$ es un model de Kripke estandar, y
- $\mathsf{A} : W \to \wp(\mathcal{L})$ es una función que regresa las fórmulas que el agente ***considera*** en cada $w \in W$.

$$
\begin{array}{lll}
(M, w) \models A\varphi & \text{ssi} & \varphi \in \mathsf{A}(w) \\
(M, w) \models K\varphi & \text{ssi} & \text{para todo } u \in W, \text{ si } Rwu \text{ entonces } (M, u) \models \varphi
\end{array}
$$

Información explícita (1)

Información explícita como noción básica[1] :

$$\mathrm{Ex}\,\varphi := A\varphi$$

- Pero para obtener $\mathrm{Ex}\,\varphi \to K\varphi$, necesitamos que:
  1. R preserve las formulas consideradas ($A\varphi \to KA\varphi$), y que
  2. las fórmulas consideradas sean verdaderas ($A\varphi \to \varphi$).
- La segunda propiedad es difícil de conservar.

[1] Duc 1997; Jago 2009; van Benthem 2008; Velázquez-Quesada 2009.

Información explícita (2)

Información explícita como noción compuesta[2]:

$$\mathrm{Ex}\,\varphi := \boldsymbol{K(\varphi \wedge A\varphi)}$$

- Obtenemos $\mathrm{Ex}\,\varphi \to K\varphi$ automáticamente.
- Asumiendo preservación de formulas y reflexividad, obtenemos:

$$K(\varphi \wedge A\varphi) \;\leftrightarrow\; K\varphi \wedge A\varphi$$ [3]

- Asumiento relaciones de equivalencia, obtenemos:

$$\mathrm{Ex}\,\varphi \to K\mathrm{Ex}\,\varphi \qquad\qquad \neg\mathrm{Ex}\,\varphi \to K\neg\mathrm{Ex}\,\varphi$$

[2] Grossi and Velázquez-Quesada 2009.
[3] La definición de Fagin and Halpern 1988.

Un enfoque dinámico al problema de omnisciencia lógica

Considera χ

La operación

Dados $M = \langle W, R, \mathsf{A}, V\rangle$ y χ, definimos el modelo $M_{+\chi} = \langle W, R, \mathsf{A}', V\rangle$ donde

$$\mathsf{A}'(w) := \mathsf{A}(w) \cup \{\chi\} \qquad \text{para cada } w \in W$$

Extendiendo el lenguaje

$$(M, w) \models [+\chi]\varphi \quad \text{ssi} \quad (M_{+\chi}, w) \models \varphi$$

Descarta χ

La operación

Dados $M = \langle W, R, \mathsf{A}, V\rangle$ y χ, definimos el modelo $M_{-\chi} = \langle W, R, \mathsf{A}', V\rangle$ donde

$$\mathsf{A}'(w) := \mathsf{A}(w) \setminus \{\chi\} \qquad \text{para cada } w \in W$$

Extendiendo el lenguaje

$$(M, w) \models [-\chi]\varphi \quad \text{ssi} \quad (M_{-\chi}, w) \models \varphi$$

Observa χ implícitamente

La operación

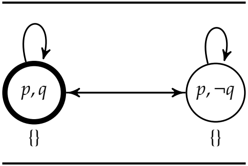
Dados $M = \langle W, R, \mathsf{A}, V\rangle$ y χ, definimos $M_{!\chi} = \langle W', R', \mathsf{A}', V'\rangle$ como

- $W' := \{ w \in W \mid (M, w) \models \chi \}$
- $R' := R \cap (W' \times W')$
- $\mathsf{A}'(w) := \mathsf{A}(w)$ para cada $w \in W'$
- $V'(p) := V(p) \cap W'$

Extendiendo el lenguaje

$$(M, w) \models [!\chi]\varphi \quad \text{ssi} \quad \text{si } (M, w) \models \varphi \text{ entonces } (M_{!\chi}, w) \models \varphi$$

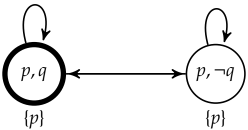
Ejemplo



$$\neg \mathrm{Ex}\, q \wedge \neg Kq$$

$$Kp \wedge \neg \mathrm{Ex}\, p$$

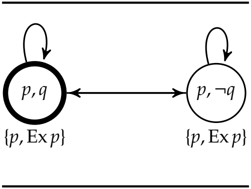
Ejemplo



$\mathrm{Ex}\, p$

(es decir, $[+p]\mathrm{Ex}\, p$)

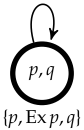
Ejemplo



$\mathrm{Ex}\,\mathrm{Ex}\, p$

(es decir, $[+p]$**$[+\mathrm{Ex}\, p]$**$\mathrm{Ex}\,\mathrm{Ex}\, p$)

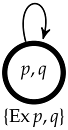
Ejemplo



$\mathrm{Ex}\, q$

(es decir, $[+p][+\mathrm{Ex}\, p]$**$[!q][+q]$**$\mathrm{Ex}\, q$)

Ejemplo



$\neg \mathrm{Ex}\, p \wedge \neg \mathrm{Ex}\, \mathrm{Ex}\, p$

(es decir, $[+p][+\mathrm{Ex}\, p][!q][+q]\boldsymbol{[-p]}(\neg \mathrm{Ex}\, p \wedge \neg \mathrm{Ex}\, \mathrm{Ex}\, p)$)

Observa χ implícitamente

- En las formulas consideradas:

$$[!\chi]A\varphi \;\leftrightarrow\; (\chi \rightarrow A\varphi)$$

Observa χ implícitamente

- En las formulas consideradas:

$$[!\chi]A\varphi \;\leftrightarrow\; (\chi \to A\varphi)$$

- En información implícita:

$$[!\chi]K\varphi \;\leftrightarrow\; (\chi \to K[!\chi]\varphi)$$

Observa χ implícitamente

- En las formulas consideradas:

$$[!\chi]A\varphi \;\leftrightarrow\; (\chi \rightarrow A\varphi)$$

- En información implícita:

$$[!\chi]K\varphi \;\leftrightarrow\; (\chi \rightarrow K[!\chi]\varphi)$$

- En información explícita:

$$[!\chi]\mathrm{Ex}\,\varphi \;\leftrightarrow\; \big(\chi \rightarrow K([!\chi]\varphi \wedge (\chi \rightarrow A\varphi))\big)$$

Considera χ

- En las formulas consideradas:

$$\begin{aligned} [+\chi]A\varphi &\leftrightarrow A\varphi \quad \text{para } \varphi \neq \chi \\ [+\chi]A\chi &\leftrightarrow \top \end{aligned}$$

Considera χ

- En las formulas consideradas:

$$[+\chi]A\varphi \leftrightarrow A\varphi \quad \text{para } \varphi \neq \chi$$
$$[+\chi]A\chi \leftrightarrow \top$$

- En información implícita:

$$[+\chi]K\varphi \leftrightarrow K[+\chi]\varphi$$

Considera χ

- En las formulas consideradas:

$$\begin{aligned} [+\chi]A\varphi &\leftrightarrow A\varphi \quad \text{para } \varphi \neq \chi \\ [+\chi]A\chi &\leftrightarrow \top \end{aligned}$$

- En información implícita:

$$[+\chi]K\varphi \leftrightarrow K[+\chi]\varphi$$

- En información explícita:

$$\begin{aligned} [+\chi]\mathrm{Ex}\,\varphi &\leftrightarrow K([+\chi]\varphi \wedge A\varphi) \quad \text{para } \varphi \neq \chi \\ [+\chi]\mathrm{Ex}\,\chi &\leftrightarrow K\chi \end{aligned}$$

Considera χ

En particular,

$$(\mathrm{Ex}\,(\varphi \rightarrow \psi) \wedge \mathrm{Ex}\,\varphi)$$

Considera χ

En particular,

$$(\mathrm{Ex}\,(\varphi \to \psi) \land \mathrm{Ex}\,\varphi) \to \boldsymbol{K\psi}$$

Considera χ

En particular,

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{Ex}\,(\varphi \rightarrow \psi) \wedge \mathrm{Ex}\,\varphi) &\rightarrow \boldsymbol{K\psi} \\
&\rightarrow \mathbf{[+\boldsymbol{\psi}]Ex}\,\boldsymbol{\psi}
\end{aligned}
$$

Considera χ

En particular,

$$\begin{aligned}(\mathrm{Ex}\,(\varphi \rightarrow \psi) \wedge \mathrm{Ex}\,\varphi) &\rightarrow \boldsymbol{K\psi} \\ &\rightarrow \boldsymbol{[+\psi]\mathrm{Ex}\,\psi}\end{aligned}$$

es decir,

$$\mathrm{Ex}\,(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\mathrm{Ex}\,\varphi \rightarrow [+\psi]\mathrm{Ex}\,\psi)$$

Descarta χ

- En las formulas consideradas:

$$
\begin{aligned}
[-\chi]A\varphi &\leftrightarrow A\varphi \quad \text{para } \varphi \neq \chi \\
[-\chi]A\chi &\leftrightarrow \bot
\end{aligned}
$$

Descarta χ

- En las formulas consideradas:

$$[-\chi]A\varphi \leftrightarrow A\varphi \quad \text{para } \varphi \neq \chi$$
$$[-\chi]A\chi \leftrightarrow \bot$$

- En información implícita:

$$[-\chi]K\varphi \leftrightarrow K[-\chi]\varphi$$

Descarta χ

- En las formulas consideradas:

$$[-\chi]A\varphi \leftrightarrow A\varphi \quad \text{para } \varphi \neq \chi$$
$$[-\chi]A\chi \leftrightarrow \bot$$

- En información implícita:

$$[-\chi]K\varphi \leftrightarrow K[-\chi]\varphi$$

- En información explícita:

$$[-\chi]\mathrm{Ex}\,\varphi \leftrightarrow K([-\chi]\varphi \wedge A\varphi) \quad \text{para } \varphi \neq \chi$$
$$[+\chi]\mathrm{Ex}\,\chi \leftrightarrow K\bot$$

Descarta χ

En particular, si la información es verdadera,

Descarta χ

En particular, si la información es verdadera,

$$\neg[-\chi]\mathrm{Ex}\,\chi$$

Descarta χ

En particular, si la información es verdadera,

$$\neg[-\chi]\mathrm{Ex}\,\chi$$

Pero aún así,

$$\mathrm{Ex}\,\chi \rightarrow \boldsymbol{[-\chi]K\chi}$$

Un enfoque dinámico al problema de omnisciencia lógica

¡Las acciones son públicas!

$\mathsf{A}_1 = \{\}$

$\mathsf{A}_2 = \{\}$

$$\neg A_1 p$$

$$K_2 \neg A_1 p$$

¡Las acciones son públicas!

$\mathsf{A}_1 = \{p\}$

$\mathsf{A}_2 = \{\}$

$$[+p]A_1 p$$

$$[+p]\boldsymbol{K_2 A_1 p}$$

Modelos de acciones

Basandonos en Baltag et al. 1999 y van Benthem et al. 2006:

Modelo de acción

$A = \langle S, T, \text{Pre}, \text{Pos} \rangle$ donde

- $\langle S, T, \text{Pre} \rangle$ es un modelo de acción como en Baltag et al. 1999, y
- $\text{Pos} : \big(Ag \times S \times \wp(\mathcal{L})\big) \rightarrow \wp(\mathcal{L})$ regresa un nuevo conjunto de fórmulas. por cada agente, cada evento y cada conjunto de fórmulas.

Una acción con un punto de evaluación (A, s) distingue un evento $s \in S$.

Como trabajan las acciones

La operación

Dado un modelo de situación $M = \langle W, R, \mathsf{A}, V \rangle$ y un modelo de acción $A = \langle S, T, \mathrm{Pre}, \mathrm{Pos} \rangle$, el modelo $M \otimes A = \langle W', R', \mathsf{A}', V' \rangle$ es definido como

- $W' := \{ (w, s) \mid (M, w) \models \mathrm{Pre}(s) \}$
- $R'_i(w, s)(w', s')$ ssi $R_i ww'$ & $T_i ss'$
- $V'(p) := \{ (w, s) \in W' \mid w \in V(p) \}$
- $Y'_i(w, s) := \mathrm{Pos}_i(s, Y_i(w))$

Extendiendo el lenguaje

$(M, w) \models [(A, s)]\varphi$ ssi si $(M, w) \models \mathrm{Pre}(s)$ entonces $(M \otimes A, (w, s)) \models \varphi$

j considera χ en *privado*

El modelo

$(\mathrm{Con}^{pr}_{(j,\chi)}, \bullet)$, donde $\mathrm{Con}^{pr}_{(j,\chi)} = \langle S, T, \mathrm{Pre}, \mathrm{Pos} \rangle$ está definido como

j considera χ en *privado*

El modelo

$(\mathrm{Con}^{pr}_{(j,\chi)}, \bullet)$, donde $\mathrm{Con}^{pr}_{(j,\chi)} = \langle S, T, \mathrm{Pre}, \mathrm{Pos}\rangle$ está definido como

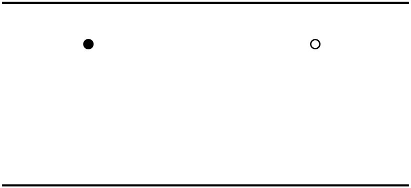
– $S := \{\bullet, \circ\}$

j considera χ en *privado*

El modelo

$(\mathrm{Con}^{pr}_{(j,\chi)}, \bullet)$, donde $\mathrm{Con}^{pr}_{(j,\chi)} = \langle S, T, \mathrm{Pre}, \mathrm{Pos} \rangle$ está definido como

– $S := \{\bullet, \circ\}$



j considera χ en *privado*

El modelo

$(\mathrm{Con}^{pr}_{(j,\chi)}, \bullet)$, donde $\mathrm{Con}^{pr}_{(j,\chi)} = \langle S, T, \mathrm{Pre}, \mathrm{Pos}\rangle$ está definido como

- $S := \{\bullet, \circ\}$
- $T_i := \begin{cases} \{(\bullet,\bullet),(\circ,\circ)\} & \text{si } i{=}j \\ \{(\bullet,\circ),(\circ,\circ)\} & \text{si } i{\neq}j \end{cases}$

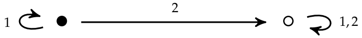
$\bullet \qquad\qquad \circ$

j considera χ en *privado*

El modelo

$(\mathrm{Con}^{pr}_{(j,\chi)}, \bullet)$, donde $\mathrm{Con}^{pr}_{(j,\chi)} = \langle S, T, \mathrm{Pre}, \mathrm{Pos}\rangle$ está definido como

- $S := \{\bullet, \circ\}$
- $T_i := \begin{cases} \{(\bullet,\bullet),(\circ,\circ)\} & \text{si } i{=}j \\ \{(\bullet,\circ),(\circ,\circ)\} & \text{si } i{\neq}j \end{cases}$



j considera χ en *privado*

El modelo

$(\mathrm{Con}^{pr}_{(j,\chi)}, \bullet)$, donde $\mathrm{Con}^{pr}_{(j,\chi)} = \langle S, T, \mathrm{Pre}, \mathrm{Pos} \rangle$ está definido como

- $S := \{\bullet, \circ\}$
- $T_i := \begin{cases} \{(\bullet,\bullet),(\circ,\circ)\} & \text{si } i{=}j \\ \{(\bullet,\circ),(\circ,\circ)\} & \text{si } i{\neq}j \end{cases}$
- $\mathrm{Pre}(\bullet) = \mathrm{Pre}(\circ) := \top$

$$\begin{tikzcd} \bullet \arrow[loop left, "1"] \arrow[rr, "2"] & & \circ \arrow[loop right, "1,2"] \end{tikzcd}$$

j considera χ en *privado*

El modelo

$(\mathrm{Con}^{pr}_{(j,\chi)}, \bullet)$, donde $\mathrm{Con}^{pr}_{(j,\chi)} = \langle S, T, \mathrm{Pre}, \mathrm{Pos}\rangle$ está definido como

- $S := \{\bullet, \circ\}$
- $T_i := \begin{cases} \{(\bullet,\bullet),(\circ,\circ)\} & \text{si } i{=}j \\ \{(\bullet,\circ),(\circ,\circ)\} & \text{si } i{\neq}j \end{cases}$
- $\mathrm{Pre}(\bullet) = \mathrm{Pre}(\circ) := \top$
- $\begin{cases} \mathrm{Pos}_j(\bullet, L) := L \cup \{\chi\}, & \mathrm{Pos}_j(\circ, L) := L \\ \mathrm{Pos}_i(\bullet, L) := L, & \mathrm{Pos}_i(\circ, L) := L \ \text{ para } i{\neq}j \end{cases}$

$$\begin{tikzcd} \bullet \arrow[loop left, "1"] \arrow[rr, "2"] & & \circ \arrow[loop right, "1,2"] \end{tikzcd}$$

j considera χ en *privado*

El modelo

$(\mathrm{Con}^{pr}_{(j,\chi)}, \bullet)$, donde $\mathrm{Con}^{pr}_{(j,\chi)} = \langle S, T, \mathrm{Pre}, \mathrm{Pos}\rangle$ está definido como

- $S := \{\bullet, \circ\}$
- $T_i := \begin{cases} \{(\bullet,\bullet),(\circ,\circ)\} & \text{si } i{=}j \\ \{(\bullet,\circ),(\circ,\circ)\} & \text{si } i{\neq}j \end{cases}$
- $\mathrm{Pre}(\bullet) = \mathrm{Pre}(\circ) := \top$
- $\begin{cases} \mathrm{Pos}_j(\bullet, L) := L \cup \{\chi\}, & \mathrm{Pos}_j(\circ, L) := L \\ \mathrm{Pos}_i(\bullet, L) := L, & \mathrm{Pos}_i(\circ, L) := L \quad \text{para } i{\neq}j \end{cases}$

$$\begin{tikzcd} \bullet \arrow[loop left, "1"] \arrow[r, "2"] & \circ \arrow[loop right, "1,2"] \end{tikzcd}$$

$\mathrm{Pos}_1(L) := L \cup \{\chi\}$	$\mathrm{Pos}_1(L) := L$
$\mathrm{Pos}_2(L) := L$	$\mathrm{Pos}_2(L) := L$

j considera χ en *privado*

$A_1 = \{\}$

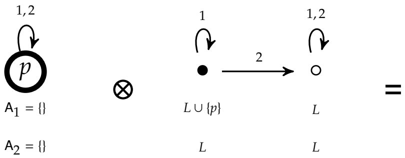
$A_2 = \{\}$

$\otimes$ $=$

$\neg A_1 p$

$K_2 \neg A_1 p$

j considera χ en *privado*

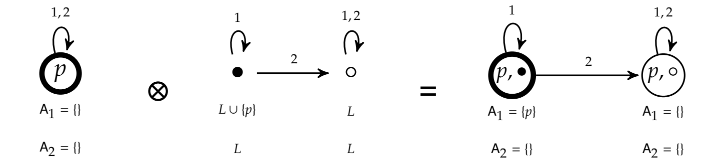


$\neg A_1 p$

$K_2 \neg A_1 p$

$(\mathrm{Con}^{pr}_{(1,p)}, \bullet)$

j considera χ en *privado*



$\neg A_1 p$

$K_2 \neg A_1 p$

$(\mathrm{Con}^{pr}_{(1,p)}, \bullet)$

$A_1 p$

$K_2 \neg A_1 p$

j descarta χ en *privado*

El modelo

$(\mathrm{Neg}^{pr}_{(j,\chi)}, \bullet)$, donde $\mathrm{Neg}^{pr}_{(j,\chi)} = \langle S, T, \mathrm{Pre}, \mathrm{Pos}\rangle$ está definido como

– $S := \{\bullet, \circ\}$

– $T_i := \begin{cases} \{(\bullet,\bullet),(\circ,\circ)\} & \text{si } i{=}j \\ \{(\bullet,\circ),(\circ,\circ)\} & \text{si } i{\neq}j \end{cases}$

– $\mathrm{Pre}(\bullet) = \mathrm{Pre}(\circ) := \top$

– $\begin{cases} \mathrm{Pos}_j(\bullet, L) := \boldsymbol{L} \setminus \{\chi\}, & \mathrm{Pos}_j(\circ, L) := L \\ \mathrm{Pos}_i(\bullet, L) := L, & \mathrm{Pos}_i(\circ, L) := L \quad \text{para } i{\neq}j \end{cases}$

$$\begin{tikzcd} \bullet \arrow[loop left, "1"] \arrow[rr, "2"] & & \circ \arrow[loop right, "1,2"] \end{tikzcd}$$

$\mathrm{Pos}_1(L) := \boldsymbol{L} \setminus \{\chi\}$ | $\mathrm{Pos}_1(L) := L$

$\mathrm{Pos}_2(L) := L$ | $\mathrm{Pos}_2(L) := L$

j descarta χ en *privado*

El modelo

$(\mathrm{Neg}^{pr}_{(j,\chi)}, \bullet)$, donde $\mathrm{Neg}^{pr}_{(j,\chi)} = \langle S, T, \mathrm{Pre}, \mathrm{Pos} \rangle$ está definido como

– $S := \{\bullet, \circ\}$

– $T_i := \begin{cases} \{(\bullet,\bullet),(\circ,\circ)\} & \text{si } i{=}j \\ \{(\bullet,\circ),(\circ,\circ)\} & \text{si } i{\neq}j \end{cases}$

– $\mathrm{Pre}(\bullet) = \mathrm{Pre}(\circ) := \top$

– $\begin{cases} \mathrm{Pos}_j(\bullet, L) := \boldsymbol{L \setminus \{\chi\}}, & \mathrm{Pos}_j(\circ, L) := L \\ \mathrm{Pos}_i(\bullet, L) := L, & \mathrm{Pos}_i(\circ, L) := L \quad \text{para } i{\neq}j \end{cases}$

$$\begin{tikzcd} \bullet \arrow[loop left, "1"] \arrow[rr, "2"] & & \circ \arrow[loop right, "1,2"] \end{tikzcd}$$

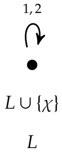
$\mathrm{Pos}_1(L) := \boldsymbol{L \setminus \{\chi\}}$ $\qquad$ $\mathrm{Pos}_1(L) := L$

$\mathrm{Pos}_2(L) := L$ $\qquad$ $\mathrm{Pos}_2(L) := L$

Varias versiones

Considera χ

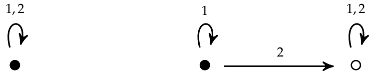
públicamente:



Varias versiones

Considera χ

públicamente:	en privado:	

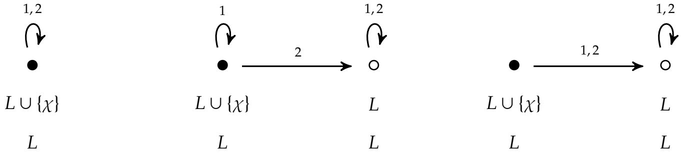


$L \cup \{\chi\}$	$L \cup \{\chi\}$	L
L	L	L

Varias versiones

Considera χ

públicamente: | en privado: | inconscientemente:



Un enfoque dinámico al problema de omnisciencia lógica

Nuestro trabajo

- Diferentes nociones de conocimiento.

Nuestro trabajo

- Diferentes nociones de conocimiento.
- Acciones que modifican dichas nociones.

Nuestro trabajo

- Diferentes nociones de conocimiento.
- Acciones que modifican dichas nociones.
- Agentes no omniscientes, pero capaces de razonamiento.

Posibles extensiones

- Algebra de acciones (por ejemplo, $A\chi \rightarrow \big([-\chi][+\chi]\varphi \ \leftrightarrow \ \varphi\big)$).

Posibles extensiones

- Algebra de acciones (por ejemplo, $A\chi \to \big([-\chi][+\chi]\varphi \leftrightarrow \varphi\big)$).
- Esquemas válidos (por ejemplo, $[+\chi]\chi \leftrightarrow \chi$)

Posibles extensiones

- Algebra de acciones (por ejemplo, $A\chi \to \big([-\chi][+\chi]\varphi \leftrightarrow \varphi\big)$).
- Esquemas válidos (por ejemplo, $[+\chi]\chi \leftrightarrow \chi$)
- Creencias.

¡Gracias!

Baltag, A., Moss, L. S., and Solecki, S. (1999). The logic of public announcements, common knowledge and private suspicious. Technical Report SEN-R9922, CWI, Amsterdam.

Duc, H. N. (1997). Reasoning about rational, but not logically omniscient, agents. Journal of Logic and Computation, 7(5):633–648.

Fagin, R. and Halpern, J. Y. (1988). Belief, awareness, and limited reasoning. Artificial Intelligence, 34(1):39–76.

Grossi, D. and Velázquez-Quesada, F. R. (2009). Twelve Angry Men: A study on the fine-grain of announcements. In He, X., Horty, J. F., and Pacuit, E., editors, Logic, Rationality, and Interaction, volume 5834 of Lecture Notes in Computer Science, pages 147–160. Springer.

Jago, M. (2009). Epistemic logic for rule-based agents. Journal of Logic, Language and Information, 18(1):131–158.

van Benthem, J. (2008). Merging observation and access in dynamic logic. Journal of Logic Studies, 1(1):1–17.

van Benthem, J., van Eijck, J., and Kooi, B. (2006). Logics of communication and change. Information and Computation, 204(11):1620–1662.

Velázquez-Quesada, F. R. (2009). Inference and update. Synthese (Knowledge, Rationality and Action), 169(2):283–300.