

Resultados y Recuerdos Malacitanos

Manuel Ojeda Aciego

Resumen. Comenzamos con la parte «formal» presentando de modo resumido la gestación de nuestro algoritmo TAS para la satisfacibilidad proposicional. La última parte se centra en algunas anécdotas de tipo personal con nuestro querido homenajeado.

13.1. Resultados malacitanos: SAT sin cláusulas

El primer resultado original de GIMAC (Grupo de Investigación de Matemática Aplicada en Computación, de la Universidad de Málaga) está relacionado con la deducción automática.

El método de resolución presenta una importante dificultad para ser extendido a lógicas no clásicas, puesto que para tales lógicas no se han encontrado formas clausulares adecuadas. Bien es cierto que se dispone de otro paradigma general de demostración automática, como el de las tablas semánticas, que sí se puede generalizar de forma más o menos directa. El problema en este caso, es la eficiencia de las reglas con las que se trabaja.

El método TAS no requiere la conversión a forma clausular, e integra las ventajas de las tablas semánticas y de resolución. La idea principal, que tardamos más de un lustro en pulir, consiste en considerar la estructura de datos más adecuada para realizar eficientemente las operaciones fundamentales que constituyen el núcleo de un algoritmo eficiente de satisfacibilidad:

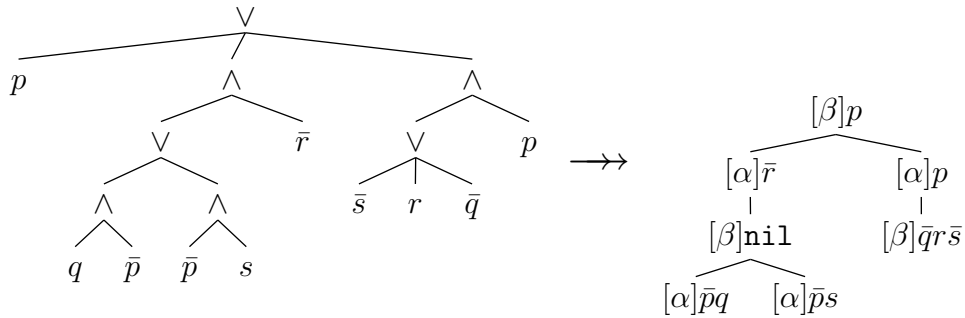
1. Se basa en la conversión de las fórmulas de entrada en forma normal disyuntiva pero sin exigir su transformación previa. De esta forma, permite su ejecución paralela de forma natural.
2. Trabaja sobre una nueva representación de las fbfs a la que denominamos Δ -árbol, que determina el criterio de selección de los literales involucrados en sus reglas.
3. Generaliza para fbfs cualesquiera la *Regla de Propagación Unitaria*, la *Regla del Literal Puro* y la *Regla de Ramificación* del método de Davis-Putnam.

4. Introduce una regla de transformación de equivalencia sobre las subfórmulas, que se ejecuta antes de aplicar la regla de ramificación, responsable de la complejidad exponencial del método en el peor caso.

Δ -árboles como representación de FNN's

De forma sintética, podemos decir que en la representación por Δ -árboles, las cláusulas y cubos son escritos como listas de literales.

Ejemplo 1 Transformación de la fnn de la izquierda en un Δ -árbol:



Al igual que en las fnf y fnd, con la estructura de Δ -árbol se dan situaciones en las que se pueden detectar simplificaciones fácilmente.

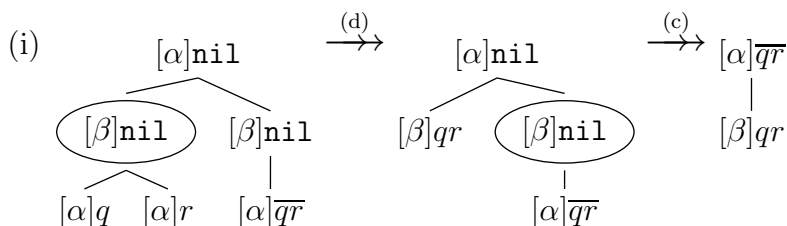
Definición 1 Sea A un Δ -árbol y η un nodo en A .

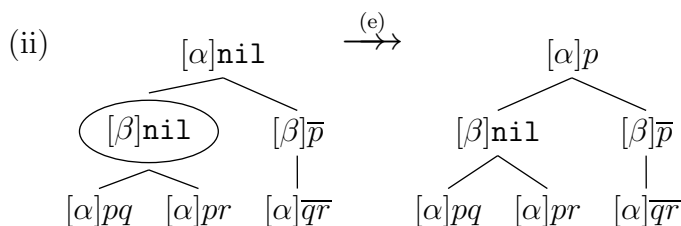
1. η se dice **concluyente** si verifica una de las siguientes condiciones:
 - a) $\eta = [\alpha]\perp$ o $\eta = [\beta]\top$.
 - b) Es un nodo monario y su Δ -lista es **nil**.
 - c) Tiene un hijo que es hoja y cuya Δ -lista es **nil**.
 - d) Su Δ -lista es λ' , la Δ -lista de su padre es λ y $\lambda' \cap \lambda \neq \text{nil}$.
2. η se dice **simple** si es una hoja y su Δ -lista es unitaria.
3. η es **actualizable** si satisface las condiciones siguientes:
 - a) su Δ -lista es λ
 - b) tiene un hijo, η' , cuya Δ -lista es **nil**,
 - c) si $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ son las Δ -listas de los hijos de η' , entonces $\lambda_1 \cap \dots \cap \lambda_n \not\subseteq \lambda$.

Decimos que el Δ -árbol A es **restringido** si no tiene nodos concluyentes, simples o actualizables.

Teorema. *Todo Δ -árbol es equivalente a un Δ -árbol restringido.*

Ejemplo 2 Mostramos algunos ejemplos de Δ -árboles que no son restringidos y las transformaciones que conducen a su forma restringida.





El método TAS es un método transformacional, de reescritura, en el que se realizan cambios en la estructura del árbol sintáctico de la fbf que se va a transformar, con el objetivo de adecuar la estructura de dicho árbol al objetivo propuesto: disminuir, en la medida de lo posible, el número de ramificaciones necesarias. Para ello utiliza las siguientes reglas:

- la «Regla de Reducción Completa», que generaliza la de propagación unitaria.
- la «Regla del Literal Puro».
- la «Regla de Reducción», que especializa la regla de reducción completa para que pueda ser aplicada a las subfórmulas.
- la «Regla de Ramificación» del método de Quine.

Definición 2 Un Δ -árbol A es **completamente reducible** si es conjuntivo y su raíz es no vacía.

Los átomos que ocurren en la raíz de un Δ -árbol completamente reducible pueden ser eliminados de todo el árbol.

Teorema. Si $[\alpha]\lambda$, con $\lambda \neq \text{nil}$, es la raíz de A , entonces A es satisfacible si y sólo si $A[\lambda/\top]$ es satisfacible. Además, si I es un modelo de $A[\lambda/\top]$, entonces cualquier extensión de I tal que $I(\ell) = 1$ para cada $\ell \in \lambda$, es un modelo de A .

Definición 3 Un literal ℓ se dice puro si en él no aparece el literal $\bar{\ell}$.

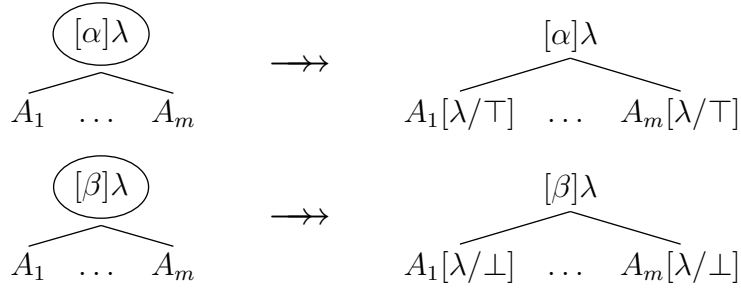
Las variables de los literales puros pueden ser eliminadas en todo el árbol aplicando el resultado siguiente, que es incorporado al algoritmo en el proceso denominado *reducción de literales puros*.

Teorema. Sea μ la lista de literales puros de A , entonces A es satisfacible si y sólo si $A[\mu/\top]$ es satisfacible. Además, si I es un modelo de $A[\mu/\top]$, entonces cualquier extensión del I tal que $I(\ell) = 1$ para cada $\ell \in \mu$, es modelo de A .

Esta transformación elimina aquellos literales de un árbol que estén *dominados* por otro literal con la misma variable proposicional. Así, cada rama del árbol contendrá a lo sumo un literal por cada variable. Para esta regla, aplicable a los subárboles, el árbol resultante será equivalente al inicial.

Definición 4 Sea A un Δ -árbol. Entonces $\text{Reducir}(A)$ es el Δ -árbol obtenido a partir de A recorriéndolo primero en profundidad de la raíz a las hojas y realizando en cada nodo

la siguiente transformación:



Teorema. Dado un Δ -árbol A se tiene que $A \equiv \text{Reducir}(A)$.

La transformación **Reducir** permite dejar una sola ocurrencia de cada símbolo proposicional en cada rama. Pero, además, la salida de **Reducir** puede ser un Δ -árbol no restringido, por lo que podremos **Restringir** de nuevo. Más aún, puede que después de aplicar **Restringir**, el Δ -árbol obtenido sea *reducible*, con lo cual, podemos, de nuevo reducir su tamaño (sin demasiada complejidad computacional) y así sucesivamente.

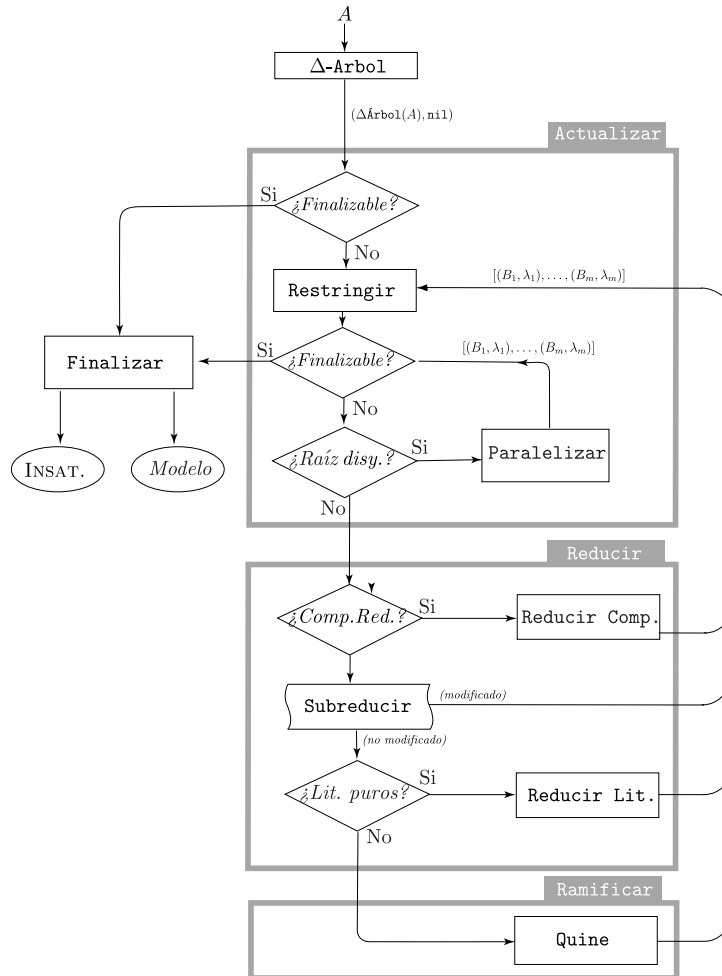


Figura 13.1: Algoritmo TAS.

El método, cuyo diagrama aparece en la Figura 13.1, fue implementado y comparado con otros demostradores proposicionales sobre una serie de *benchmarks*, obteniendo mejores resultados sobre determinadas familias de fórmulas (no clausulares).

Nos costó varios años conseguir publicar algunos artículos sobre SAT no clausular, y pudimos constatar la dificultad que tiene ser aceptado dentro del campo de investigación de SAT, especialmente si no haces lo que ellos.

La consecuencia positiva del asunto es que decidimos modificar nuestras áreas de interés hacia la programación lógica difusa y el análisis formal de conceptos, donde fuimos acogidos como uno más, pese a que aquí tampoco seguimos las ideas de la mayoría. Pero eso es otra historia.

13.2. Recuerdos malacitanos

Año académico 89/90. Cursando quinto de matemáticas. Me comentan algo sobre una conferencia en la Facultad de Informática. Me paso por allí, y me encuentro que la organizadora era Inma Pérez de Guzmán (de la que había sido alumno) y a un tal Alfredo Burrieza (un filósofo «algo peculiar») que nos contó algo acerca de lógicas modales. No se trataba realmente de una conferencia, sino de una reunión para buscar gente interesada en unirse a un grupo de investigación de nueva creación y que aún no tenía ni nombre. Aunque no hace falta que lo diga, me uní.

Mis primeros recuerdos sobre Ángel se remontan a las primeras reuniones del grupo, que finalmente se bautizó como GIMAC. En esas reuniones se iban tratando diversos temas de interés potencial para un grupo como el nuestro, de nueva creación, y los tópicos eran muy dispares. Recuerdo que alguna vez se comentó que Inma y Alfredo iban a formar parte de un tribunal de una tesis en la que se trataban lógicas de orden superior. Evidentemente, se trataba de la tesis de Ángel.

A pesar de la charla de Alfredo sobre lógica, la primera línea de investigación del grupo fue la de Programación Funcional, en virtud de una Acción Integrada hispano-británica con Pete Harrison, del Imperial College de Londres. Esto me permitió viajar «al extranjero» por primera vez (salvo el consabido viaje de estudios a Portugal, que no cuenta) y, al ser el que tenía el inglés menos malo, ejercer de portavoz del grupo, pues siempre íbamos en comandita de al menos tres o cuatro.

Durante este periodo hicimos varios viajes al Imperial, profundizando nuestro conocimiento en programación funcional y conociendo nuevos investigadores, de la talla de John Darlington del área de transformación de programas, y otros más del campo de la lógica, como Bob Kowalski, Dov Gabbay o Luis Fariñas del Cerro (que estaba allí en una reunión preparatoria para solicitar un proyecto ESPRIT), además de conocer a otros españoles que estaban allí con una beca para hacer la tesis o bien con plaza de post-doc.

Pero volvamos a Ángel. Nuestro primer encuentro cara a cara fue más de una década más tarde, más precisamente en 2003. Y no fue ni en Málaga ni en Sevilla, sino en un lugar neutral, Altea, con motivo de las *Jornadas sobre Lógica y Matemáticas Aplicadas a la Programación* que organizó David Pearce. Recuerdo perfectamente la fecha, pues yo me pasé antes por Madrid, donde fui a dejar la documentación necesaria para participar en la primera (de las muchas que siguieron) prueba de habilitación para Catedráticos de Universidad. La presentación que David me hizo de Ángel fue que, precisamente, él también acababa de hacer el mismo trámite poco tiempo antes. No sé en cuantos concursos

de habilitación participó él (ya que desde el primero se veían por dónde iban a ir los tiros), pero yo aproveché para presentarme a todos los que se convocaron en mi área (unos siete u ocho), y de este modo hacer una gira por distintas universidades españolas, conocer a bastante gente del área (aunque todos muy lejanos por lo que se refiere a intereses científicos) y a confirmar mis primeras impresiones acerca del sistema.

Nuestro siguiente encuentro fue de nuevo con la mediación de David Pearce, cuando montamos en Málaga el primer *Simposio de Lingüística, Lógica y Computación* en 2007, ya con una seria intención de intentar encontrar algunos temas de interés común. Fue durante este simposio cuando me vino a la mente una serie de recuerdos de principios de los noventa.

He dicho antes que en esa época viajábamos con cierta frecuencia al Imperial College de Londres, y que conocimos a bastantes estudiantes españoles. Una vez, acabábamos de salir del despacho de Dov Gabbay y alguien poco menos que nos «asaltó» diciendo en español:

— Y vosotros, ¿quiénes sois?

Naturalmente, nos extrañamos bastante por la pregunta, y le pedimos alguna explicación. Nos dijo que su tutor era, presuntamente, Dov Gabbay, que llevaba más de un mes allí sin haber podido reunirse con él ni una sola vez. Para más inri, nosotros no llevábamos más de un par de días en el Imperial y nos había recibido a todos en su despacho. Ciertamente debíamos ser «alguien».

Lo cierto es que la primera reunión con Dov la tuvimos «recomendados» por Pete Harrison, en una época en la que Inma estaba buscando una línea de investigación diferenciada y que otorgara identidad propia al grupo, y estaban surgiendo las primeras ideas acerca de TAS. En las siguientes visitas, nos pasábamos por su despacho nuestro primer día allí, y ya nos citaba cuando lo permitía su agenda.

Por cierto, no he dicho que el estudiante asaltante era un tal Fran Salguero.

Volviendo a ese primer simposio conjunto, he de decir que ahí comenzó a forjarse una fluida relación con la que he podido apreciar las grandes cualidades de Ángel como gestor. Y su incansable actividad organizando reuniones y seminarios, así como la continua búsqueda de recursos a través de proyectos de investigación, redes temáticas, acciones complementarias o cualquier otra figura semejante.

Visto desde la forma habitual de trabajar en nuestro grupo, es especialmente destacable su gran capacidad para atraer a especialistas con los que enriquecer al grupo de investigación que dirige, gente como Hans, David o Joost, por incidir un poco solo en aquéllos con los que más relación estoy teniendo últimamente. En nuestro grupo solemos centrarnos en establecer relaciones «a distancia», pero también esta faceta está cubierta con creces con sus excelentes relaciones internacionales, algunas de carácter transoceánico, caso de Atocha Aliseda o de Walter Carnielli, y seguramente otras muchas que desconozco.

Como no todo ha de ser cal en estos párrafos, también pondré algo de arena. Al recibir el mensaje para asistir al simposio sobre argumentación de este mayo, me llamó positivamente la atención que el programa incluyera como acto social una visita a un tablao

flamenco . . . , pero resulta que la entrada y las copas ¡no estaban incluidas en la inscripción! (por cierto, no recuerdo si había que pagar inscripción). Ángel, la cuestión es que todo es perfectible.

Comencé esta narración comentando que la primera vez que oí hablar de Ángel fue en los inicios de su carrera investigadora con motivo de su tesis doctoral hace veinte años (que sabemos que no es nada, como dice el tango), así que terminaré celebrando la reciente culminación de su carrera con su nombramiento como catedrático. ¡Cómo corre el tiempo!

Y aquí estamos, mirando hacia atrás y escribiendo glosas para los aniversarios.

Bibliografía

- [1] Afecto y amistad para con el homenajead.
- [2] Comunicaciones personales.
- [3] Recuerdos acumulados de dos décadas.