

## Abducción en tiempo real

David Fernández-Duque

**Resumen.** En honor del 60 cumpleaños del Catedrático Ángel Nepomuceno Fernández, ofrecemos esta nota sobre abducción continua en homenaje al trabajo que él ha hecho sobre abducción y para sugerir nuevas direcciones en los próximos años que, esperamos, continuarán con el éxito y crecimiento que hasta ahora se han logrado gracias a su iniciativa y dedicación.

### 7.1. Introducción

Es bien sabido que gran parte del razonamiento que los seres humanos realizamos día a día no obedece las bien conocidas reglas de la lógica clásica, y que todo el tiempo hacemos inferencias que no son, propiamente dicho, válidas. Sin embargo, estas inferencias son necesarias para sobrevivir en un mundo en el cual nunca tenemos pleno conocimiento y la indecisión por falta de información es, muchas veces, más costosa que la acción bajo incertidumbre.

Pensemos, evolutivamente, en algún ancestro nuestro habitando un bosque hace miles de años, armado sólo con su túnica de piel. De pronto, detrás de sí escucha un movimiento en los arbustos. Temeroso, nuestro ancestro echa a correr, habiendo supuesto que un leopardo se escondía detrás de las plantas; pero una vez que se ha alejado, sale una inofensiva liebre de entre las hojas.

Claro, este comportamiento no parece bien justificado en el caso particular, pero con una sólo vez que resulte ser un leopardo y aquel hombre espere una liebre, terminará siendo alimento para la fauna silvestre. Este tipo de razonamiento se denomina *razonamiento abductivo* [3], que a diferencia del deductivo no busca ser lógicamente cuerdo sino encontrar una mejor explicación para un acontecimiento observado.

Desde luego, esperamos que este comportamiento sea dinámico. Después de observar a cien liebres salir de los arbustos nuestro amigo podrá prepararse la vez siguiente para atrapar a la liebre y ser él quien se alimente de la fauna. Claro, si la vez ciento uno es un oso y no una liebre la que se esconde, ¡habrá que encontrar una nueva estrategia!

Es por esto que proponemos una visión dinámica de la abducción basada en la lógica temporal CTL [2], pero en una versión en tiempo continuo.

## 7.2. Nuestro lenguaje

Trabajaremos en un lenguaje proposicional con dos tipos de modalidades:  $\Box$ , con su dual  $\Diamond$ , las cuales funcionarán como operadores temporales. El primero se leera ‘para siempre’ y el segundo ‘en algún momento’.

También emplearemos operadores de la forma  $[\varphi]$ , donde  $\varphi$  es una fórmula de nuestro lenguaje.

## 7.3. La semántica

Para interpretar fórmulas necesitamos primero un modelo topológico intuicionista. Es decir, comenzamos con una topología  $\mathcal{T}$  sobre un conjunto  $X$ ;  $X$  representa los posibles estados del mundo y  $\mathcal{T}$  le asigna una estructura espacial, de tal forma que podemos decir cuando estados del mundo son cercanos entre sí.

Recordemos que una topología  $\mathcal{T}$  es un conjunto de subconjuntos de  $X$  el cual cumple

- $\emptyset, X \in \mathcal{T}$ ;
- $A, B \in \mathcal{T} \Rightarrow A \cap B \in \mathcal{T}$ ;
- $\mathcal{O} \subseteq \mathcal{T} \Rightarrow \bigcup \mathcal{O} \in \mathcal{T}$ .

A los elementos de  $\mathcal{T}$  se les llama conjuntos *abiertos*.

Interpretamos a las variables proposicionales mediante una valuación  $V$  que asigna un conjunto abierto  $V(p) \subseteq X$  a cada variable  $p$ .

Ahora, para evaluar fórmulas requerimos no de *puntos* sino de *caminos*.

Un *camino* es una función continua

$$f : \mathbb{R}_+ \rightarrow X,$$

donde  $\mathbb{R}_+$  es el conjunto de números reales no negativos. Por ejemplo, si  $X$  es el plano Euclideo, al trazar la gráfica de  $f$  obtenemos precisamente una curva que inicia en un punto  $f(0)$  y no tiene fin; 0 representa el momento actual y nuestras curvas continúan indefinidamente para indicar que las creencias de los agentes son siempre cambiantes.

Los modelos son, pues, cuádruplas

$$\mathfrak{M} = \langle X, \mathcal{T}, \mathcal{F}, V \rangle$$

donde  $\mathcal{F}$  es un subconjunto de todas las funciones continuas de  $\mathbb{R}_+$  en  $X$ .

Denotemos por  $f_t$  la función dada por  $f_t(x) = f(x + t)$ ,

Luego, haremos nuestra evaluación  $\llbracket \cdot \rrbracket_{\mathfrak{M}}$  sobre *funciones*  $f$  y no puntos, de la siguiente manera:

- $\llbracket p \rrbracket_{\mathfrak{M}} = \{f \in \mathcal{F} : f(0) \in V(p)\}$ ;
- $\llbracket \alpha \wedge \beta \rrbracket_{\mathfrak{M}} = \llbracket \alpha \rrbracket_{\mathfrak{M}} \cap \llbracket \beta \rrbracket_{\mathfrak{M}}$ ;
- $\llbracket \neg \alpha \rrbracket_{\mathfrak{M}} = \{f \in \mathcal{F} : f \notin \llbracket \alpha \rrbracket_{\mathfrak{M}}\}$ ;
- $\llbracket \Box \alpha \rrbracket_{\mathfrak{M}} = \{f \in \mathcal{F} : \forall t \geq 0 : f_t \in \llbracket \alpha \rrbracket_{\mathfrak{M}}\}$ .

El operador  $\square$  dice, pues, que el agente cree en  $\alpha$  ahora y que no va a cambiar de parecer, en principio.

Ahora, para definir  $[\varphi]\alpha$  necesitamos más definiciones. Si  $\mathcal{F}$  es un conjunto de funciones y  $\varphi$  una fórmula, ponemos

$$\mathcal{F} \upharpoonright \varphi = \{f \in \mathcal{F} : f \in \llbracket \diamond\varphi \rrbracket_{\mathfrak{M}}\}.$$

Asimismo, si

$$\mathfrak{M} = \langle X, \mathcal{T}, \mathcal{F}, V \rangle$$

es un modelo, ponemos

$$\mathfrak{M} \upharpoonright \varphi = \langle X, \mathcal{T}, \mathcal{F} \upharpoonright \varphi, V \rangle.$$

Luego, decimos que  $f \in \llbracket [\varphi]\alpha \rrbracket_{\mathfrak{M}}$  si  $f \in \llbracket \alpha \rrbracket_{\mathfrak{M} \upharpoonright \varphi}$ .

## 7.4. La intuición

La intuición de nuestro modelo es que los agentes cambiarán de conocimiento pero en tiempo continuo; es decir, un nuevo hecho no puede ser inmediatamente agregado al conjunto de creencias sino que hay que pasar por un proceso de revisión. La fórmula  $\diamond\alpha$  indica que después de dicha revisión, el agente creerá en  $\alpha$ .

Sin embargo, pueden surgir observaciones a lo largo del camino, las cuales pueden ser sorprendentes y cambiar el proceso de actualización de creencias del agente. Por ejemplo, el hecho observado puede ser contradictorio con las creencias actuales. Esto es expresado por la fórmula  $[\varphi]\alpha$ ; el operador  $[\varphi]$  indica que en el tiempo actual un hecho  $\varphi$  ha sido observado, y  $[\varphi]\alpha$  indica que el agente creerá  $\alpha$  después de dicha observación.

## 7.5. Expresando abducción

Una lógica para nuestro sistema se puede encontrar combinando elementos de CTL y PAL [1]. En este momento sólo nos interesa señalar un axioma que representa el proceso de abducción.

Dicho axioma es el siguiente:

$$[\varphi]\diamond\varphi,$$

donde  $\varphi$  es proposicional.

Este axioma simplemente dice que, si hemos observado un hecho  $\varphi$ , ajustaremos nuestro proceso de revisión de creencias para incorporar (eventualmente) a  $\varphi$  como creencia. A este axioma lo llamamos *axioma de abducción*, pues representa el proceso por el cual el agente cambia su teoría actual después de obtener nueva evidencia. Nótese la novedad que ahora el cambio no es inmediato, sino que se va haciendo a lo largo del tiempo.

## 7.6. Conclusiones

Aunque a un nivel aún muy esbozado, aquí presentamos las ideas básicas de un posible acercamiento a la abducción que toma en cuenta la temporalidad, tanto de los hechos como del proceso interno que debe llevar a cabo un observador para acomodar nuevos hechos en su visión del mundo.

## 7.7. Dedicatoria

Este artículo lo dedico a Ángel Nepomuceno en honor a su sesenta cumpleaños. Espero que represente una de tantas direcciones que está tomando nuestro activo y fructífero grupo, el cual existe gracias a él y, también gracias a él, sigue creciendo día a día.

Desde luego es a él a quien le debo la pertenencia a esta familia que es el Grupo de Lógica, Lenguaje e Información, y a la oportunidad de continuar mi vida profesional (y personal) en la idílica ciudad de Sevilla.

Recuerdo hace un par de años que estaba yo recién doctorado y un poco perdido en el mundo laboral académico, que ahora con la crisis se ha vuelto muy duro como cualquier otro trabajo, especialmente para un campo pequeño como es la lógica.

Yo conocía a Sevilla como turista, y me parecía un lugar mágico en el que la gente canta por las calles y todo el mundo baila flamenco. Fue así que decidí contactar con el grupo de Lógica, Lenguaje e Información, y le escribí a Ángel comentándole mi situación.

Después de tanta negativa que había obtenido, pues nadie parecía tener puestos disponibles para lógicos jóvenes ni mostraba mayor interés por crearlos, Ángel inmediatamente me contestó con un correo que se puede resumir como “Sí, vente.” Y bueno, todo parece ahora obra del destino y ya he hecho de la ciudad, la Universidad y el Grupo mi nuevo hogar.

Es un gusto y un honor para mí poder participar en esta celebración, y en el futuro del Grupo, que esperemos dentro de poco sea Instituto y acoja a muchos investigadores más, tanto nacionales como ‘guiris’.

## Bibliografía

- [1] Hans van Ditmarsch, Wiebe van der Hoek, and Barteld Kooi. *Dynamic Epistemic Logic*. Springer Publishing Company, Incorporated, 2007.
- [2] E. A. Emerson and J. Y. Halpern. Decision procedures and expressiveness in the temporal logic of branching time. *Journal of Computer and System Sciences*, 30:124, 1985.
- [3] Ángel Nepomuceno Fernández and Fernando Soler Toscano. Deducción y abducción. *Teorema*, XXVII(1):5–16, 2008.