

ANÁLISIS FUNCIONAL. GRUPO A.
PRUEBA DEL TEMA II. 04/12/2007.

APELLIDOS:

NOMBRE:

PROBLEMA.

Sea X el espacio vectorial de las funciones reales continuas en el intervalo $[0,1]$. Consideremos en X las normas

$$\|f\|_1 = \int_0^1 |f(t)|dt; \quad \text{y} \quad \|f\|_\infty = \max\{|f(t)| : t \in [0, 1]\}.$$

(1) Probar que $i : (X, \|\cdot\|_\infty) \rightarrow (X, \|\cdot\|_1)$ es continua.

(2) Estudiar la convergencia de las sucesiones $\{f_n\}$ y $\{g_n\}$ en $(X, \|\cdot\|_\infty)$ y $(X, \|\cdot\|_1)$ donde $f_n(t) = t^n$ y $g_n(t) = nt$ si $t \in [0, 1/n]$; $g_n(t) = -nt + 2$ si $t \in (1/n, 2/n)$ y $g_n(t) = 0$ si $t \geq 2/n$.
