

# Condiciones necesarias y suficientes en control óptimo: caso normal y anormal

M.B Hernández-Jiménez <sup>\*</sup>, V. Vivanco <sup>†</sup>, M. A. Rojas-Medar<sup>‡</sup>

## Abstract

Vamos a discutir el siguiente problema de control óptimo:

$$\left. \begin{aligned}
 &\text{Minimize } F(x, u) = \int_0^T f(t, x(t), u(t))dt \\
 &\text{subject to :} \\
 &x'_i(t) = \varphi_i(t, x(t), u(t)), \text{ a.e in } [0, T], \quad i = 1, \dots, n \\
 &x_i(0) = \alpha_i, \quad i = 1, \dots, n \\
 &g_j(t, x(t), u(t)) \leq 0, \quad \forall t \in [0, T], \quad j = 1, \dots, q \\
 &x \in (C^1_\infty([0, T], \mathbb{R}^n), \|\cdot\|_0) \\
 &u \in (L_\infty([0, T], \mathbb{R}^m), \|\cdot\|_\infty) \\
 &u \in \mathcal{U} = \{u \in L_\infty : u(t) \in U, \text{ a.e, } t \in [0, T]\}
 \end{aligned} \right\} (OCP)$$

donde  $C^1_\infty$  es el conjunto de las funciones absolutamente continuas, con derivadas continuas en  $L_\infty$ . Las funciones  $f : [0, T] \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\varphi : [0, T] \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ , son consideradas continuas y continuamente diferenciables con respecto  $(x, u)$  Vamos a mostrar condiciones necesarias y suficientes de optimalidad tanto para el caso normal como anormal. Discutiremos también posibles extensiones para problemas con dinámicas dadas por ecuaciones diferenciales parciales.

## References

- [1] V.M. Alekseev, V.M. Tikhomirov and S.V. Fomin, *Commande optimale*, Mir, Moscow, 1982.

---

<sup>\*</sup>Departamento de Economía, Métodos Cuantitativos e H. Económica, Area de Estadística e Investigación Operativa, Universidad Pablo de Olavide, Sevilla, España. E-mail: [mbherjim@upo.es](mailto:mbherjim@upo.es)

<sup>†</sup>Departamento de Matemática y Física Aplicadas, Universidad Católica de la Santísima Concepción, Concepción, Chile. E-mail: [vvivanco@ucsc.cl](mailto:vvivanco@ucsc.cl).

<sup>‡</sup>Dpto. de Ciencias Básicas, Facultad de Ciencias, Universidad del Bío-Bío, Campus Fernando May, Casilla 447, Chillán, Chile. E-mail: [marko@ueubiobio.cl](mailto:marko@ueubiobio.cl) M. B. Hernández-Jiménez ha sido parcialmente financiada por proyecto MTM2007-63432, España. V. Vivanco ha sido parcialmente financiada por Dirección de Investigación de la UCSC, proyecto DIN 09/2008 y M.A. Rojas-Medar ha sido parcialmente financiado por el proyecto MTM2006-07932, España, Fondecyt-Chile, proyecto 1080628 y Dirección de Investigación de la UCSC, proyecto DIN 09/2008.

- [2] M. Arana-Jiménez, R. Osuna-Gómez, G. Ruiz-Garzón and M.A. Rojas-Medar, On variational problems: characterization of solutions and duality, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Volume 311, Issue 1, 1 November 2005, Pages 1–12
- [3] E.R. Avakov, Necessary first-order conditions for anormal variational-calculus problems,
- [4] B.D. Craven, *Control and optimization*, Chapman & Hall, London, 1995.
- [5] V.A. de Oliveira, G.N. Silva, M.A. Rojas-Medar, KT-Invexity in optimal control problems, *In Press Nonlinear Analysis, Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications*, In Press, Corrected Proof, Available online 27 March 2009
- [6] V. A. de Oliveira, G. N. Silva, M. A. Rojas-Medar, A class of multiobjective control problems, *Optimal control applications and methods* 2009; 30:77–86.
- [7] E. Galewska, A. Nowakowski, Sufficient conditions for optimal control problems with mixed constraints, *Optimal control applications and methods*, 26 (2005), 255-264.
- [8] M.A. Hanson, On sufficiency of the Kuhn-Tucker conditions, *J. Math. Anal. Appl.* 80 (1981) 545-550.
- [9] B. Hernández-Jiménez, M.A. Rojas-Medar, R. Osuna-Gómez, A. Beato-Moreno, Generalized convexity in non-regular programming problems with inequality-type constraints, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Volume 352, Issue 2, 15 April 2009, Pages 604-613
- [10] D.H. Martin, The essence of invexity, *J. Optim. Theory Appl.* 47 (1985) 65-76.